

Reading Averaging: Outline

- ❑ Single Reading Head
- ❑ Double Reading Heads
 - ✍ **JCY Angular Meter**
- ❑ N Reading Heads



Copyright by D. H. Wang

Reading Averaging

- ❑ In Metrology: As in gathering data with random errors, the accuracy of the reading is proportional to the square root of the number of samples taken.
- ❑ In Instrument Design: Reading Averaging Principle

✍ Eccentricity of Dial Installation

✍ Sway of spindle shaft

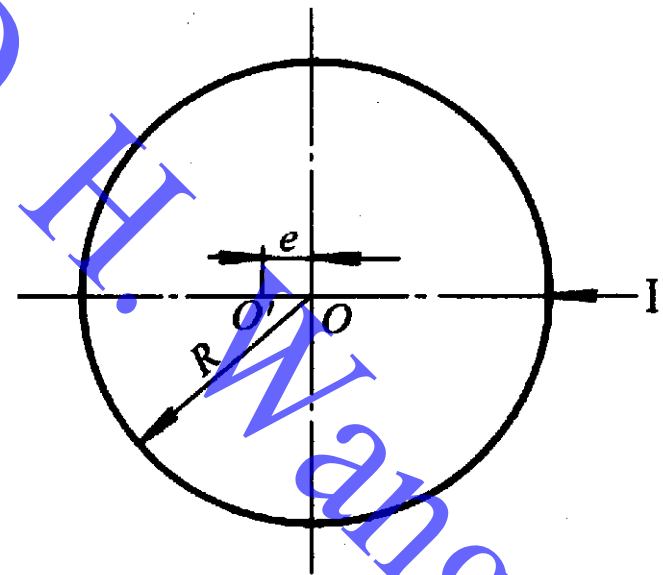
✍ Dial error of discrimination

✍

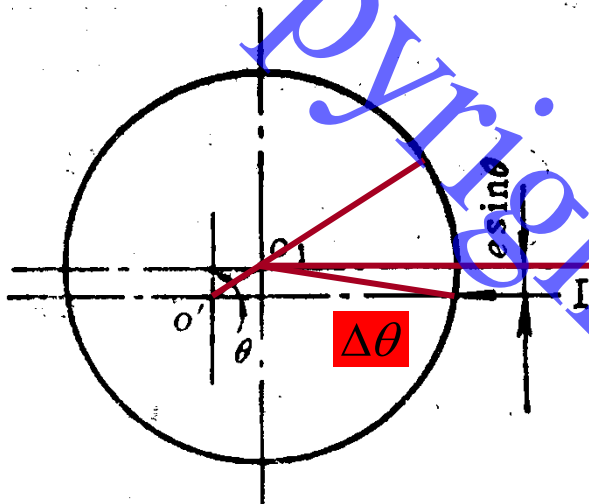
O—Geometric center of dial disk

O'—Rotary center of spindle

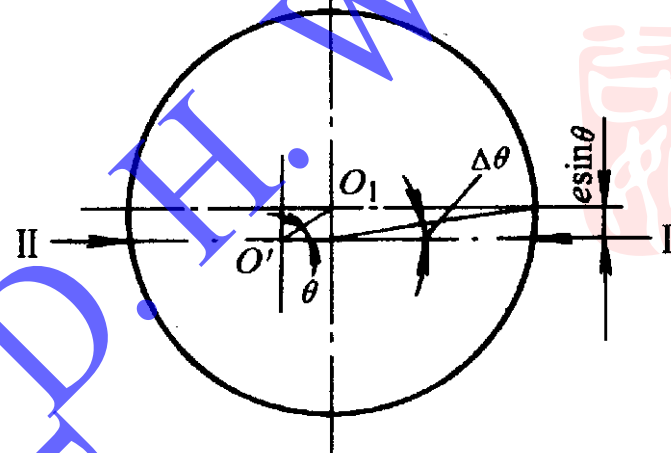
e—Eccentricity of dial installation



Single vs Double Reading Heads



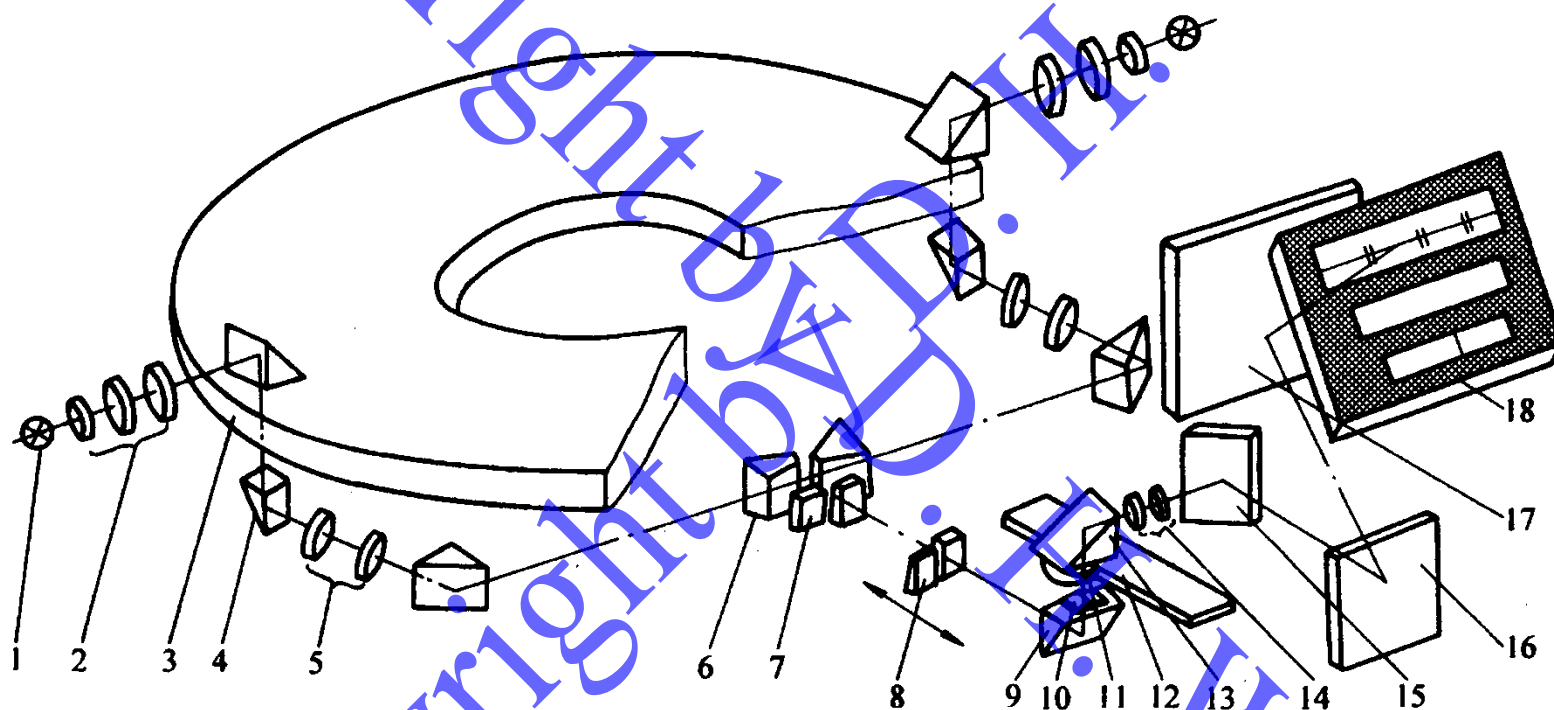
$$\Delta\theta = \frac{e}{R} \sin \theta$$



$$\begin{aligned} \Delta\theta &= \Delta\theta_1 + \Delta\theta_2 \\ &= \frac{e}{R} \sin \theta + \frac{e}{R} \sin(\theta + 180^\circ) \\ &= 0 \end{aligned}$$

JCY Angular Meter

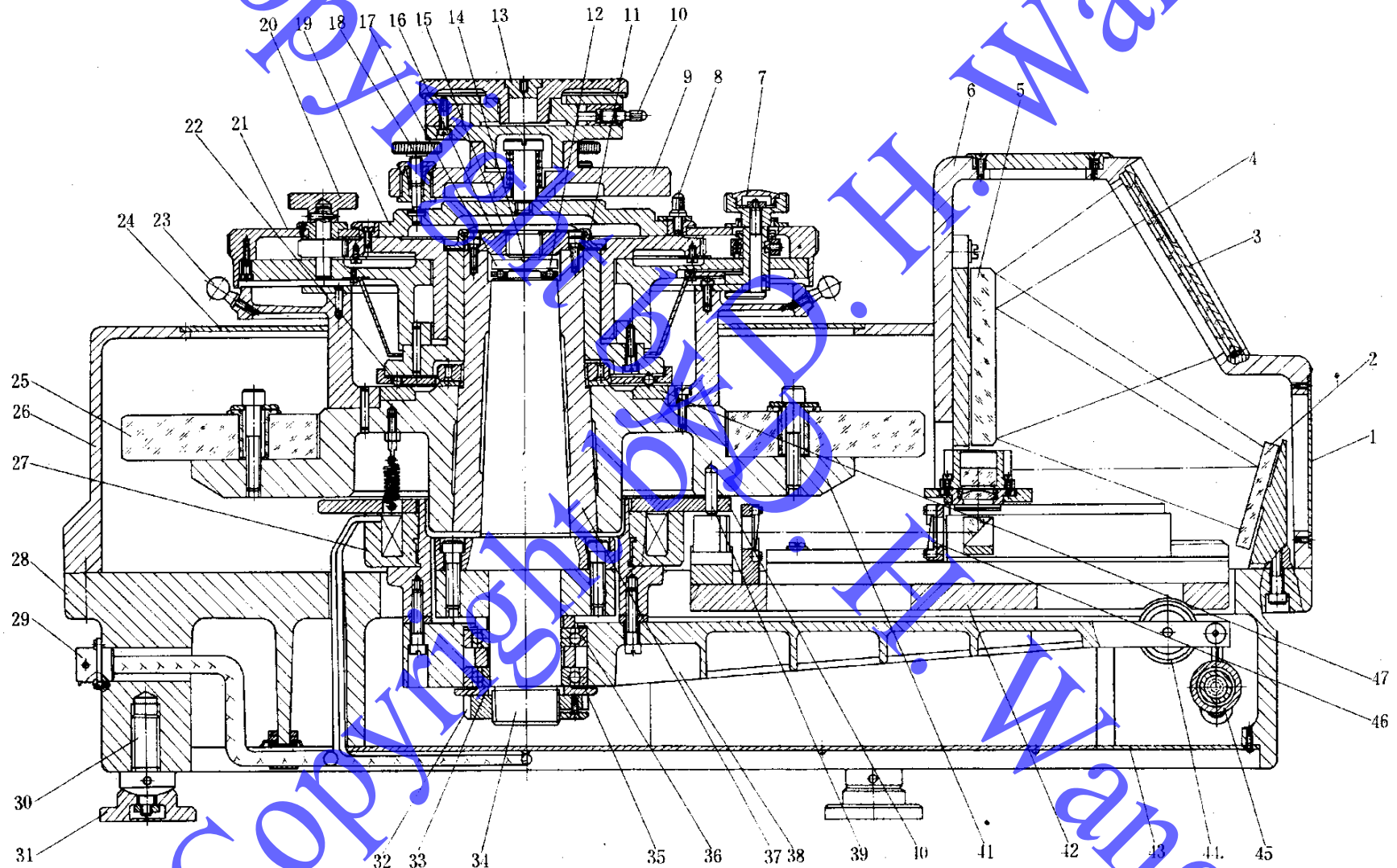
□ Optical Layout



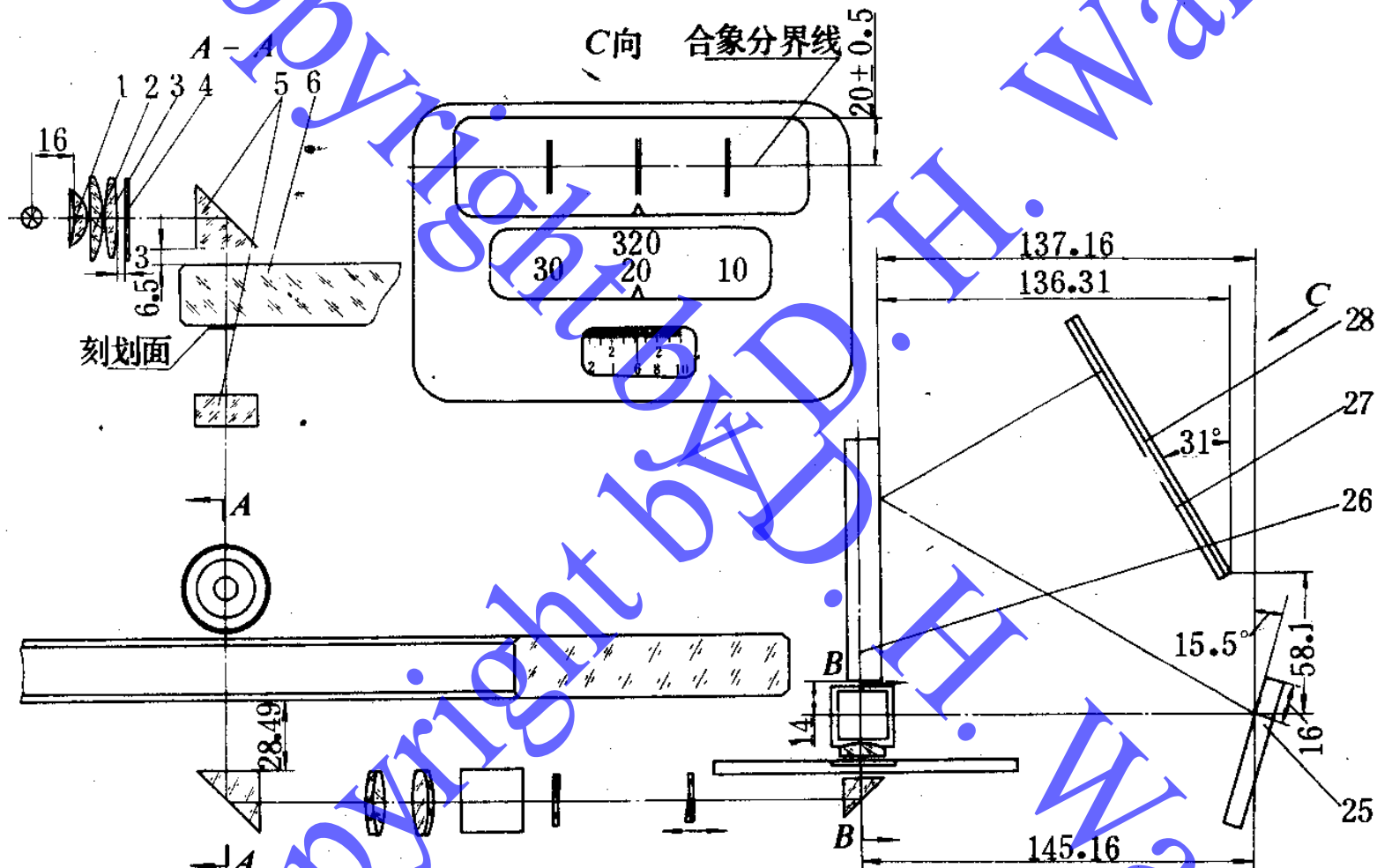
6--梯形棱镜 7, 8—光楔测微器 10—合像分界楔



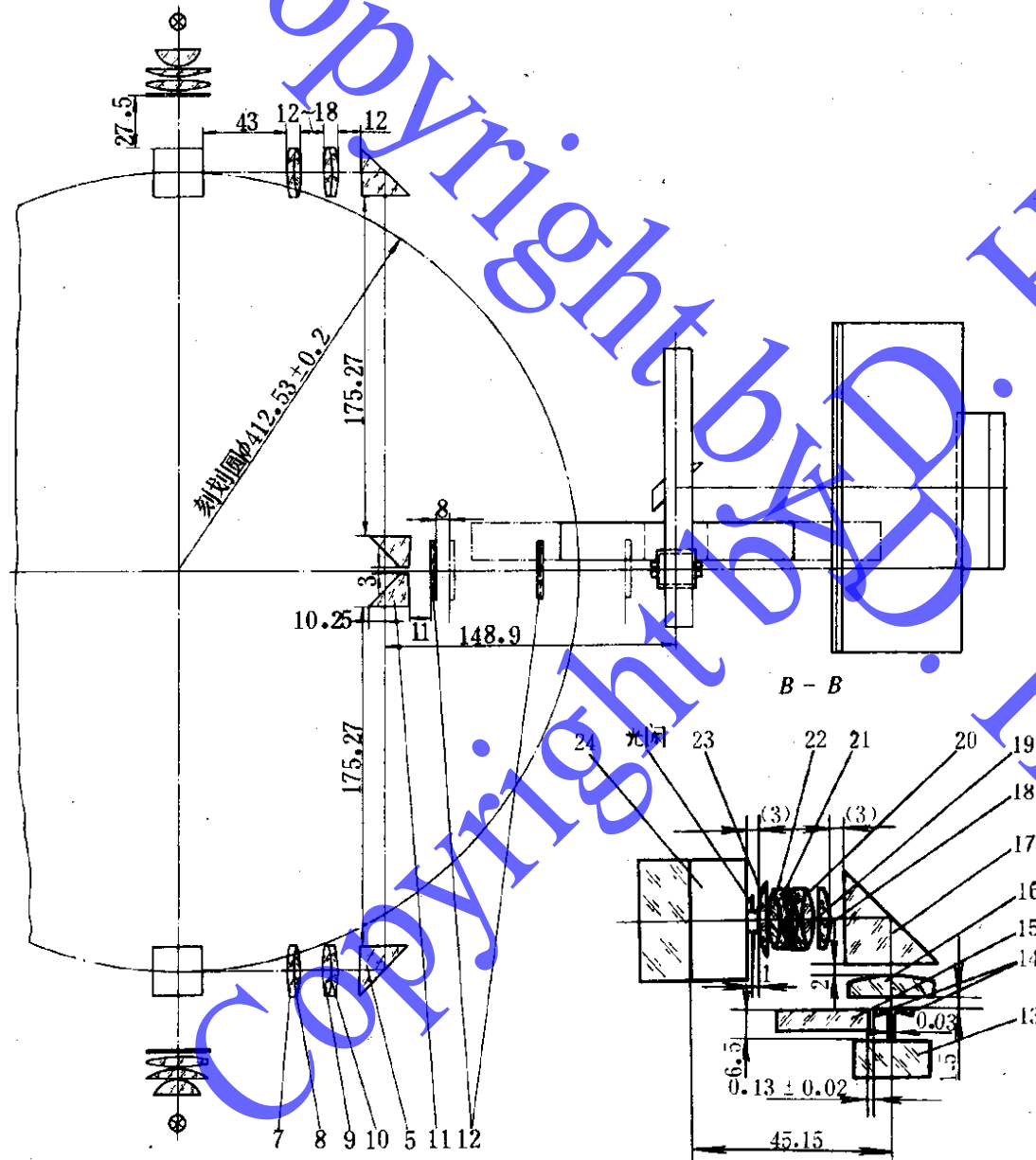
JCY Angular Meter



JCY Angular Meter



JCY Angular Meter



光学机械细分法

- 直读法
- 微动对零细分

基本原理

-  当主标尺的刻线像不正好对准读数指标时, 通过微动机构移动主标尺刻线像和读数指标线, 使他们对准, 然后由微动机构读出尾数部分。

类型

-  读数指标移动式
-  主标尺刻线像移动式

- 倍程法

陈林才, 张鄂, 精密仪器设计。北京: 机械工业出版社, 1991

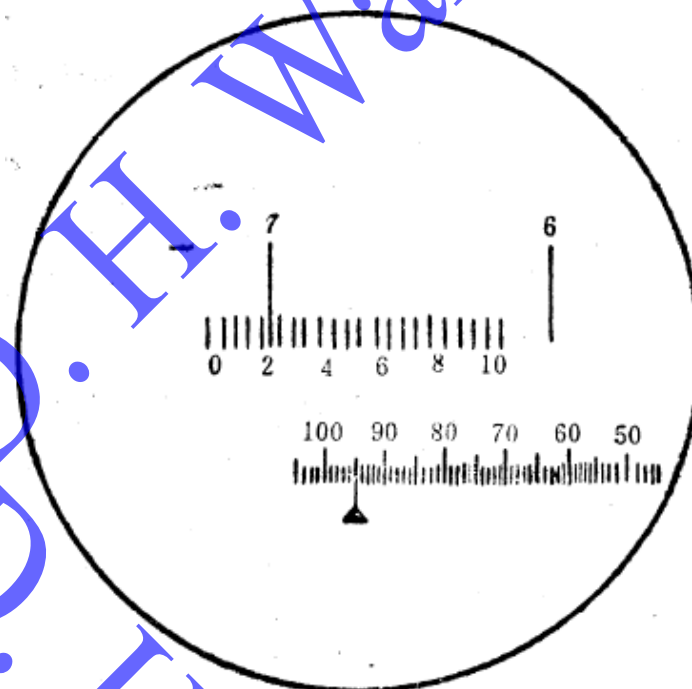
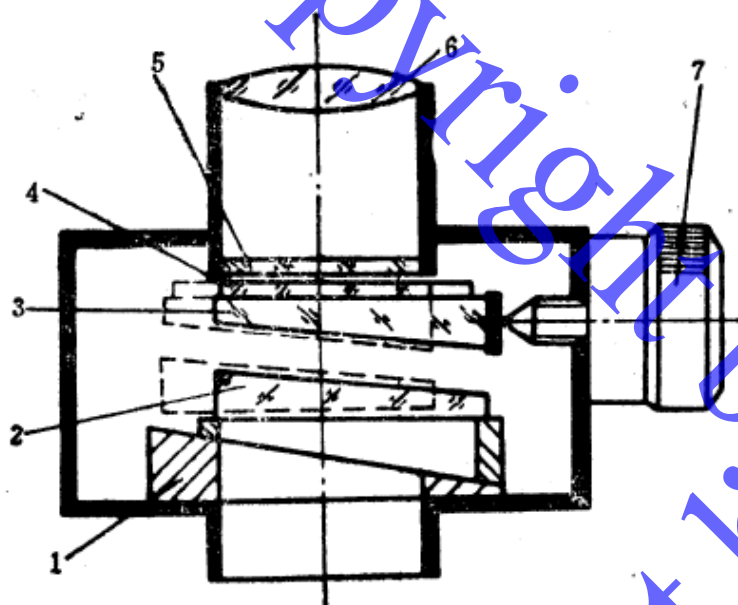
主标尺刻线象移动式：类型

- 转动平板玻璃
- 移动光楔
- 移动补偿透镜

陈林才, 张鄂, 精密仪器设计。北京：机械工业出版社，1991



主标尺刻线象移动式：移动光楔



读数 7.2950

$$x = \sin^2 \theta \left(\frac{n \cos \theta}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta}} - 1 \right) l$$

N Reading Heads

□ 各阶谐波合成的周期误差

$$\Delta\theta_{\Sigma 1} = \sum_{k=1}^m \frac{e_k}{R} \sin k\theta$$

□ Reading Error with N Reading Heads

$$\Delta\theta_{\Sigma n} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^m \frac{e_k}{R} \left\{ \sin k\theta + \sin k\left(\theta + \frac{2\pi}{n}\right) + \sin k\left(\theta + 2 \times \frac{2\pi}{n}\right) + \dots + \sin k\left[\theta + (n-1) \frac{2\pi}{n}\right] \right\}$$

□ Kth Harmonic wave

$$\Delta\theta_{\Sigma nk} = \frac{1}{n} \frac{e_k}{R} \left\{ \sin k\theta + \sin k\left(\theta + \frac{2\pi}{n}\right) + \sin k\left(\theta + 2 \times \frac{2\pi}{n}\right) + \dots + \sin k\left[\theta + (n-1) \frac{2\pi}{n}\right] \right\}$$



N Reading Heads

□ Kth Harmonic wave

$$\Delta\theta_{\Sigma nk} = \frac{1}{n} \frac{e_k}{R} \left\{ \sin k\theta \left[1 + \cos k \left(\frac{2\pi}{n} \right) + \cos k(2) \left(\frac{2\pi}{n} \right) + \dots + \right. \right. \\ \left. \left. \cos k(n-1) \left(\frac{2\pi}{n} \right) \right] + \cos k\theta \left[\sin k \left(\frac{2\pi}{n} \right) + \sin k(2) \left(\frac{2\pi}{n} \right) + \dots + \right. \right. \\ \left. \left. \sin k(n-1) \left(\frac{2\pi}{n} \right) \right] \right\}$$

N Reading Heads

□ 三角数列公式

$$\begin{aligned} & 1 + \cos k \left(\frac{2\pi}{n} \right) + \cos k(2) \left(\frac{2\pi}{n} \right) + \cdots + \cos k(n-1) \left(\frac{2\pi}{n} \right) \\ &= \frac{\cos \left(\frac{n-1}{2} k \frac{2\pi}{n} \right) \sin \left(\frac{n}{2} k \frac{2\pi}{n} \right)}{\sin \left(k \frac{2\pi/n}{2} \right)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sin k \left(\frac{2\pi}{n} \right) + \sin k(2) \left(\frac{2\pi}{n} \right) + \cdots + \sin k(n-1) \left(\frac{2\pi}{n} \right) \\ &= \frac{\sin \left(\frac{n-1}{2} k \frac{2\pi}{n} \right) \sin \left(\frac{n}{2} k \frac{2\pi}{n} \right)}{\sin \left[\frac{k(2\pi/n)}{2} \right]} \end{aligned}$$



N Reading Heads

□ Kth Harmonic wave

$$\Delta\theta_{\Sigma nk} = \frac{1}{n} \frac{e_k}{R} \left\{ \sin k\theta \frac{\cos[k\pi - (k/n)\pi] \sin k\pi}{\sin(k/n)\pi} + \cos k\theta \frac{\sin[k\pi - (k/n)\pi] \sin k\pi}{\sin(k/n)\pi} \right\}$$
$$\Delta\theta_{\Sigma nk} = \frac{1}{n} \frac{e_k}{R} \left\{ (-1)^k \sin k\theta \frac{\cos(k/n)\pi \sin k\pi}{\sin(k/n)\pi} \right\}$$

□ Discussions

 **Case 1** $k = cn$

$$\frac{\cos(k/n)\pi \sin k\pi}{\sin(k/n)\pi} = n \quad \Rightarrow \quad |\Delta\theta_{\Sigma nk}|_{\max} = \frac{1}{n} \frac{e_k}{R} n = \frac{e_k}{R}$$

 **Case 2** $k \neq cn$

$$\frac{\cos(k/n)\pi \sin k\pi}{\sin(k/n)\pi} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta\theta_{\Sigma nk} = 0$$



N Reading Heads: Conclusions

□ N Reading Heads

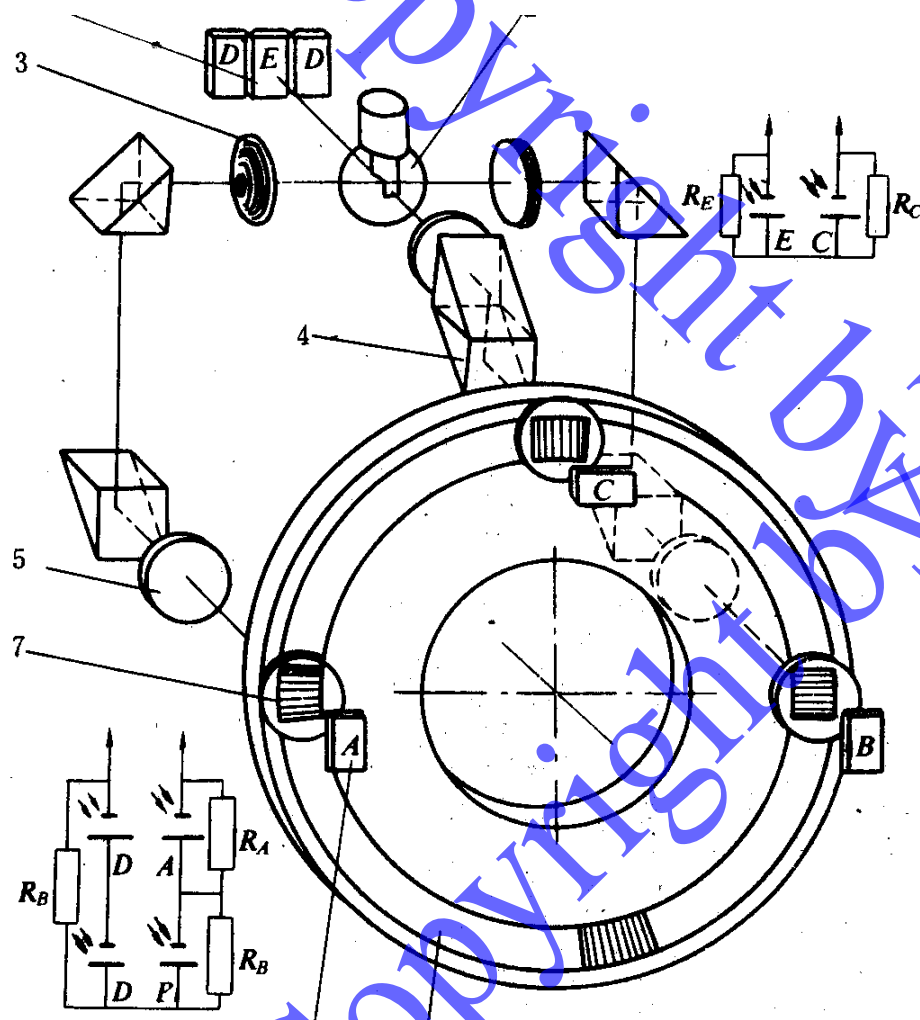
✍ 在光学度盘式圆分度测量装置中，当采用在度盘圆周上均布 n 个读数头的结构，并取 n 个读数头读数值的平均值作为读数数值时，则可以消除 $k = cn$ 阶谐波以外的所有谐波对读数误差的影响。

□ 设计中采用误差平均读数原理时，应注意它的使用条件才能达到预期效果

✍ Ex: Double Grating Reading Head

□ 多读数头结构平均读数原理不能消除测量过程中轴系晃动对测量结果的影响

Ex: 光栅度盘圆分度测量装置



□ 由于光栅读数头的输出是电信号，因此，存在各次谐波误差将使各个读数头的输出信号有一个附加的相移问题。

□ 如果在合成多读数头的信号时，能保证合成信号的

附加相移为零

幅值的变动范围在电路正常工作所允许的范围以内

Ex: 光栅度盘圆分度测量装置

- 设两个读数头在初始位置 θ_0 时输出的电信号有相同的初相位 ϕ_0 。光栅盘由位置 θ_0 转到 θ 时，两个读数头输出信号电相位的变化 $(\theta - \theta_0)(2\pi/\delta)$
- 假设存在各次谐波误差，当光栅盘由 θ_0 转到 θ 时，由于 k 次谐波误差 e_k 的存在，两读数头输出的电信号产生附加相移

$$\left. \begin{aligned} & (e_k/R)(\sin k\theta - \sin k\theta_0)(2\pi/\delta) \\ & (e_k/R)[\sin k(\theta + 180^\circ) - \sin k(\theta_0 + 180^\circ)](2\pi/\delta) \end{aligned} \right\}$$

- 两个读数头输出的电信号分别为(假设其幅值相同，均为1)

$$\left. \begin{aligned} & \sin \{ \phi_0 + [(\theta - \theta_0) + (e_k/R)(\sin k\theta - \sin k\theta_0)](2\pi/\delta) \} \\ & \sin \{ \phi_0 + [(\theta - \theta_0) + (e_k/R)(\sin k(\theta + 180^\circ) - \sin k(\theta_0 + 180^\circ))](2\pi/\delta) \} \end{aligned} \right\}$$

Ex: 光栅度盘圆分度测量装置

□ Mean Value of Outputs of Reading Heads

$$U_{\Sigma} = \frac{1}{2} \left\{ \sin \left\{ \phi_0 + \left[(\theta - \theta_0) + \left(\frac{e_k}{R} \right) (\sin k\theta - \sin k\theta_0) \right] \left(\frac{2\pi}{\delta} \right) \right\} + \right. \\ \left. \sin \left\{ \phi_0 + \left[(\theta - \theta_0) + \left(\frac{e_k}{R} \right) (\sin k(\theta + 180^\circ) - \sin k(\theta_0 + 180^\circ)) \right] \left(\frac{2\pi}{\delta} \right) \right\} \right\}$$

□ K is even numbers

$$U_{\Sigma} = \sin \left\{ \phi_0 + \left[(\theta - \theta_0) + \left(\frac{e_k}{R} \right) (\sin k\theta - \sin k\theta_0) \right] \left(\frac{2\pi}{\delta} \right) \right\}$$

上式表明电压信号的平均值中有附加相移，说明均布两个读数头不能补偿偶次谐波误差带来的读数误差。

此结论与光学度盘分度头中平均读数原理的结论一致。

Ex: 光栅度盘圆分度测量装置

□ K is odd numbers

$$U_{\Sigma} = \cos \left\{ \left(\frac{e_k}{R} \right) (\sin k\theta - \sin k\theta_0) \left(\frac{2\pi}{\delta} \right) \right\} \sin \left\{ \phi_0 + (\theta - \theta_0) \left(\frac{2\pi}{\delta} \right) \right\}$$

- 上式表示的电压信号平均值是一个无附加相移的、幅值为变量的正弦量。
- 只要适当控制 e_k 值，使幅值的波动范围在电路正常工作所允许的界限之内，利用双读数头电压信号的平均值可消除全部奇次谐波误差带来的读数误差。
- 正弦量的幅值在1到0之间变化。当 $e_k=0$ ，即无偏心量等误差时，幅值为1，此即无读数误差的情况，而若幅值为零时，则即使此时无附加相移，但仪器也无法工作。

Ex: 光栅度盘圆分度测量装置

□ K is odd numbers

$$U_{\Sigma} = \cos \left\{ \left(\frac{e_k}{R} \right) (\sin k\theta - \sin k\theta_0) \left(\frac{2\pi}{\delta} \right) \right\} \sin \left\{ \phi_0 + (\theta - \theta_0) \left(\frac{2\pi}{\delta} \right) \right\}$$

✍ 假设最大幅度和最小幅度之比不超过3:1, 且 $k=1$, 分两种情况讨论

$$\theta = 0^\circ \quad \frac{e}{R} \leq 0.2\delta$$

$$\theta = 90^\circ \quad \frac{e}{R} \leq 0.1\delta$$

$$\cos \left[\frac{2\pi}{\delta} \frac{e}{R} \sin \theta \right] \geq 0.33$$

□ 通过上面的理论分析, 光栅式分度装置度盘偏移度

$$\frac{e}{R} \leq \frac{1}{10} \delta$$

Reading Averaging

- ❑ 多读数头结构平均读数原理不能消除测量过程中轴系晃动对测量结果的影响
 - ✍ 轴系晃动，工件随之晃动，工件晃动对测量结果的影响，不能用平均读数原理来补偿，即轴系晃动仍然要反映到被测件的测量精度上来。
 - ✍ 在高精度的分度装置中，轴系的设计及工艺仍然是一个关键问题，仍然要求轴系有很高的回转精度。
 - ✍ **Ex: QGG405型0.2"光电圆刻划机，刻划精度为0.2"，这时要求主轴晃动量按线值计算必须在0.07 μm 以内。**

The End



***Thank you very much for
your attention!***

